

УДК 539.3

**ТЕОРИЯ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ СЛОЖНЫХ СРЕД
С КОНЕЧНЫМИ ДЕФОРМАЦИЯМИ
И СТРУКТУРНЫМИ ИЗМЕНЕНИЯМИ В МАТЕРИАЛЕ***А.А. Роговой***Аннотация**

Процедура, основанная на кинематике наложения малых деформаций на конечные, использована для построения кинематических соотношений термо-упруго-неупругого процесса и определяющих уравнений, которые удовлетворяют принципам термодинамики и объективности. Совокупность положений, основанных на этой процедуре, составляет теорию построения моделей сложных сред с конечными деформациями и структурными изменениями в материале.

Ключевые слова: кинематика, определяющие соотношения, термодинамика, конечные деформации, сложные среды

Определяющие соотношения для сложных сред при малых деформациях могут быть построены, используя простой, но эффективный подход, основанный на возможности представить полную деформацию суммой упругих, неупругих и температурных деформаций. Аналогичный подход может быть положен в основу построения определяющих соотношений термо-упруго-неупругих процессов при конечных деформациях. Но для того, чтобы иметь возможность суммировать деформации, необходимо ввести, помимо начальной и текущей конфигураций, еще и промежуточную конфигурацию, близкую к текущей, и использовать деформации, возникающие при переходе из промежуточной конфигурации в эту близкую текущую.

В работах [1-6] разработана теория построения моделей, описывающих поведение сложных сред при конечных деформациях и структурных изменениях в материалах и удовлетворяющих принципам термодинамики и объективности. Теория основана на кинематике наложения малых деформаций на конечные. Для учета изменения в процессе деформирования структуры материала введены скалярные структурные параметры, зависящие от неупругой и температурной кинематики и влияющие на параметры определяющих уравнений, описывающих упругие и неупругие процессы в среде. Предложен функционал, основанный на упругом потенциале и совпадающий с ним в случае чисто упругого процесса. Функционал является одним из слагаемых в свободной энергии. Используя первый закон термодинамики, построено уравнение теплопроводности. Выделены источники тепла, производимого упругими деформациями, неупругими деформациями и структурными изменениями, происходящими в материале.

Основываясь на соотношениях разработанной теории, построены эволюционные модели термоупругого процесса при конечных деформациях, изотермического вязкоупругого процесса без структурных изменений в материале, термоупруго-пластического процесса со структурными изменениями в материале (адиабатическое сжатие образца), построена модель сплава с памятью формы (аустенитно-мартенситный переход) при конечных деформациях и полимера с памятью формы

(релаксационный переход), а также модель поведения мягкого магнитного материала в постоянном в начальной конфигурации внешнем магнитном поле.

В работе [7] рассмотренная выше теория использована для решения связанной термоупругой задачи о больших деформациях в стежне при его изотермическом и адиабатическом растяжении. Осуществлена вариационная постановка задачи. Показано, что соотношения теории адекватно описывают такие экспериментальные факты поведения эластомеров, как энтропийная упругость, температурная инверсия и снижение температуры на начальном участке адиабатического растяжения с последующим ее возрастанием.

В работе [2] в рамках изложенной выше теории построена модель вязкоупругого изотермического процесса с большими деформациями и конечным спектром времен релаксации. Параметры модели идентифицированы, используя экспериментальные данные для реального материала. Идентифицированная модель с приемлемой точностью описала как другие независимые эксперименты, так и эффекты, присущие вязкоупругому материалу такие, как зависимость от скорости нагружения, гистерезисные явления и эффект учета слабой упругой сжимаемости материала при действии гидростатического давления в вязкоупругом материале.

Известно, что часть пластической работы, затраченной на деформирование материалов, переходит в тепло, а часть идет на изменение энергий дислокаций, дефектов и т.п. и энергий их взаимодействия. На макроуровне это новое состояние структуры материала проявляется в изменении его упругих и пластических характеристик. В последние годы появились систематические экспериментальные исследования, позволяющие разделить затраченную пластическую работу на запасенную и тепловую части энергии. Для правильной интерпретации полученных в этих работах результатов необходим подход, приводящий в рамках конечных деформаций к уравнению теплопроводности, а именно к той его части, которая связана с производством тепла неупругими деформациями и структурными изменениями, происходящими в материале. Опираясь на полученные в работах [1-6] результаты и используя экспериментальные данные, установлена связь структурного параметра с мерой неупругих деформаций [8, 9]. Вычисленное в рамках разрабатываемой теории температурное поле [6] находится в хорошем согласии с данными эксперимента по адиабатическому сжатию образца.

Развиваемый подход и полученные теоретические результаты использованы при построении корректных определяющих уравнений для конечных упруго-неупругих деформаций материалов, испытывающих аустенитно-мартенситный фазовый переход (материалов с памятью формы) [10]. Аустенитная фаза переходит при охлаждении в мартенситную (прямой переход), а мартенситная при нагревании в аустенитную (обратный переход). При этом представительный объем материала могут составлять доли обеих фаз, имеющих разные физико-механические свойства. Фазовые деформации, возникающие при этом, зависят не только от температуры, но и от напряжений, которые, в свою очередь, определяются фазовыми же деформациями. Для описания фазовых деформаций используется теория, развиваемая в работах А.А. Мовчана. Для решения связанной краевой задачи выполнена вариационная постановка. Вариационное уравнение Лагранжа записано относительно начальной конфигурации. Для его численной реализации использован метод конечных элементов и процедура линеаризации. В рамках последней кинематические и силовые величины представлены через их значения в промежуточной конфигурации и приращения, сопровождающие переход в близкую текущую. Полученные соотношения аттестованы на задаче о деформировании стержня с одним жестко закрепленным концом. Стержень состоит из двух слоев, один из которых - материал с памятью формы, а другой - полимер. Рассмотрены прямой и обратный

мартенситные переходы.

Помимо указанных выше работ, полученные по этим задачам результаты приведены в обзорной статье [6] и в работе [11].

Полимеры с памятью формы (ППФ) относятся к классу интеллектуальных (функциональных, smart) материалов. В этих материалах эффект памяти формы (ЭПФ) может инициироваться воздействием на них внешних полей разной физической природы. Для одних материалов это может быть температурное поле, для других – электрическое или магнитное. ЭПФ может инициироваться и внутренним силовым полем, связанным с напряженным состоянием материала, а также совместным воздействием внутренних и внешних полей, фотохимическими или электрохимическими реакциями. Этот эффект связан с перестройкой структуры, происходящей в материале при изменении инициирующих полей в определенной области. Причем, новая структура, возникшая при изменении поля в одном направлении (прямой переход), возвращается к своему прообразу при обратном изменении поля (обратный переход). Механизмы возникновения новой структуры и следствия, вытекающие из этого, у разных материалов могут быть разными. Например, в сплавах с памятью формы под действием температурных и/или силовых полей преобразуется кристаллическая решетка, что приводит к дополнительным фазовым деформациям, достигающим, обычно, 8 - 10%. Полимеры при уменьшении температуры испытывают переход из высокоэластичного состояния в застеклованное (прямой переход) и наоборот при возрастании температуры (обратный переход). Такой переход не является фазовым и называется в литературе релаксационным. Его механизм объясняется возникновением дополнительных связей между полимерными цепочками при прямом переходе и разрушении их при обратном. Релаксационный переход при изменении температуры проявляется практически во всех полимерах. Эффект же памяти формы не является свойством, характерным для всех полимеров. Он проявляется в полимерах, имеющих определенную структуру при определенном воздействии на материал. Суть его состоит в том, что в процессе релаксационного перехода из высокоэластичного состояния в застеклованное (охлаждение материала) деформация, имеющаяся в высокоэластичной фазе, «замораживается» в момент перехода, и деформации, возникающие в застеклованной фазе при дальнейшем деформировании, накладываются на эти «замороженные». При нагревании последние постепенно «размораживаются». В отличие от сплавов с памятью формы, деформации в ППФ могут достигать сотен процентов. В рамках конечных деформаций, опираясь на полученные в работах [1-6] результаты, построена модель поведения полимера с памятью формы, испытывающего переход из высокоэластичного состояния в застеклованное и обратно в процессе деформирования и изменения температуры. Полученные соотношения аттестованы на задачах, имеющих экспериментальное обеспечение.

Рассмотрена задача о поведении мягкого магнитного материала в постоянном в начальной конфигурации внешнем магнитном поле [12]. Под мягким магнитным материалом здесь понимается полимер, наполненный частичками железа. Такой материал мягкий как по механическим свойствам, так и по магнитным. Внешнее магнитное поле возбуждает в образце из такого материала поверхностные и массовые (пондеромоторные) силы. Деформируясь, образец изменяет внешнее поле, что, в свою очередь, приводит к изменению поверхностных и массовых сил. Вариационная постановка связанной краевой задачи представлена в виде двух уравнений - вариационного уравнения Лагранжа и вариационного уравнения для магнитного поля. Уравнения записаны относительно начальной конфигурации. Для их численной реализации использован метод конечных элементов и процедура линеаризации. В рамках последней магнитные, кинематические и силовые величины представле-

ны через их значения в промежуточной конфигурации и приращения, сопровождающие переход в близкую текущую. Рассмотрена задача о больших деформациях стержня из мягкого магнитного материала во внешнем магнитном поле. Один из концов стержня жестко закреплен. Начальное внешнее магнитное поле постоянное, но по-разному направлено к оси стержня.

Работа выполнена в ведущей научной школе (гранты Президента РФ НШ-8055.2006.1, НШ-3717.2008.1, НШ-7529.2010.1, НШ-5389.2012.1 и НШ-2590.2014.1) в рамках программ фундаментальных исследований Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН (09-Т-1-1006, 12-Т-1-1004), программ совместных фундаментальных исследований, выполняемых УрО РАН, СО РАН и ДВО РАН (09-С-1-1008, 12-С-1-1015), Государственных контрактов с Министерством образования и науки РФ (№ 02.740.11.0442, № 8220) и при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (гранты № 10-01-00055, № 10-01-96008, № 12-01-00419, № 14-01-00080).

Summary

A.A. Rogovoy. The theory of model construction for complex media with finite deformations and structural changing in material. The procedure, based on kinematics of the superposition of small deformations on the finite ones, has been used for constructing both the kinematic relations of thermo-elastic-inelastic processes and the constitutive equations, which satisfy thermodynamic principles and objectivity law. A set of statements, based on this procedure, constitutes the model construction theory for complex media with the finite deformations and structural changes in materials.

Key words: kinematics, constitutive equations, thermodynamics, finite strains, complex media

Литература

1. Новокшианов Р. С., Роговой А. А. О построении эволюционных определяющих соотношений для конечных деформаций // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2002. – № 4. – С. 77–95.
2. Новокшианов Р. С., Роговой А. А. Эволюционные определяющие соотношения для конечных вязкоупругих деформаций // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2005. – № 4. – С. 122–144.
3. Роговой А. А. Определяющие соотношения для конечных упруго-неупругих деформаций // Прикладная механика и техническая физика. – 2005. – Т. 46. – № 5. – С. 138–149.
4. Роговой А. А. Термодинамика упруго-неупругого процесса при конечных деформациях // Прикладная механика и техническая физика. – 2007. – Т. 48. – № 4. – С. 144–153.
5. Роговой А. А. Кинематика упруго-неупругого процесса при конечных деформациях // Прикладная механика и техническая физика. – 2008. – Т. 49. – № 1. – С. 165–172.
6. Rogovoy A. A. Formalized approach to construction of the state equations for complex media under finite deformations // Continuum Mechanics and Thermodynamics. – 2012. – V. 24. – P. 81–114 (DOI 10.1007/s00161-011-0220-y).
7. Роговой А. А., Столбова О. С. Эволюционная модель термоупругости при конечных деформациях // Прикладная механика и техническая физика. – 2008. – Т. 49. – № 3. – С. 184–196.

8. *Роговой А. А.* Конечные деформации в материалах со структурными изменениями // Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки. – 2010. – Т. 152. – Кн. 4. – С. 210–224.
9. *Роговой А. А.* Конечные деформации в материалах со структурными изменениями // Физико-химическая кинетика в газовой динамике (электр. журнал). – 2011. – Т. 11. URL: <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2011-02-01-021.pdf>
10. *Роговой А. А., Столбова О. С.* Моделирование упруго-неупругих процессов при конечных деформациях в сплавах с памятью формы // Прикладная механика и техническая физика. – 2013. – Т. 54. – № 2. – С. 148–162.
11. *Роговой А. А.* Теория построения моделей сложных сред с конечными деформациями и структурными изменениями в материалах // Физико-химическая кинетика в газовой динамике (электр. журнал). – 2013. – Т. 15. URL: <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2013-04-29-026.pdf>
12. *Путин Н. А., Роговой А. А.* Деформирование пластины в магнитном поле // Тр. XVII Зимней школы по механике сплошных сред (электронный ресурс). Пермь-Екатеринбург. – 2011. Электрон. оптич. диск. (CD). – 7 с.

Сведения об авторе статьи

Роговой Анатолий Алексеевич – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией нелинейной механики деформируемого твердого тела Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук

E-mail: rogovoy@icmm.ru